1.1.15 Rovnoměrný pohyb VI

Předpoklady: 010114

V jedné z minulých hodin jsme odvodili vztah pro dráhu (nebo polohu) rovnoměrného pohybu $s = vt$ (dráha je přímo úměrná rychlosti a času).

Př. 1: Karel a Honza se účastní dálkového pochodu, který má dva starty. Start zkrácené verze pochodu je na desátém kilometru celé trasy. Od tohoto místa se obě trasy shodují. Karel i Honza vyrazí ve stejném okamžiku, Honza na zkrácenou trasu, Karel na celou. Oba jdou rovnoměrně rychlostí 5 km/h.
a) Jakou vzdálenost ujdou oba turisté po dvou hodinách?
b) Jak daleko budou po dvou hodinách od startu kompletní trasy?
c) Najdi vzorce pro vzdálenost obou turistů od startu kompletní trasy v libovolném čase.

a) Jakou vzdálenost ujdou oba turisté po dvou hodinách?
Dosadíme do vzorce: $s = vt = 5 \cdot 2\,\text{km} = 10\,\text{km}$.
Karel i Honza šli stejnou rychlostí, takže oba ušli 10 km.

b) Jak daleko budou pod dvou hodinách od startu kompletní trasy?
Karel začínal na startu kompletní trasy $\Rightarrow$ po 2 hodinách je od startu vzdálen 10 km
Honza začínal na startu zkrácené trasy $\Rightarrow$ po 2 hodinách ušel 10 km, ale už když startovat byl od startu kompletní trasy 10 km $\Rightarrow$ po dvou hodinách chůze je od startu vzdálen $10 + 10\ \text{km} = 20\,\text{km}$

c) Najdi vzorce pro vzdálenost obou turistů od startu kompletní trasy v libovolném čase.
Karel:
vzdálenost od startu kompletní trasy se v libovolném okamžiku rovná dráze, kterou ušel $\Rightarrow$ $s_K = vt = 5t$
Honza:
vzdálenost od startu kompletní trasy se v libovolném okamžiku rovná součtu dráhy, kterou ušel, a 10 km, které byl od startu vzdálen ve chvíli, kdy začínal pochod ze zkráceného startu $\Rightarrow$ $s_H = vt + 10 = 5t + 10$

Vzorec, který jsme napsali pro vzdálenost Honzy od startu kompletní trasy je kompletním vzorcem pro polohu rovnoměrného pohybu: $s = s_0 + vt$.

Polohu rovnoměrného pohybu vyjadřujeme vzorcem $s = s_0 + vt$, kde s_0 představuje polohu na počátku pohybu.

Prostudujeme si vzorec:
s - poloha v určitém čase, s_0 - poloha na v čase $t = 0\,\text{s}$, vt - uražená dráha, změna polohy
$\Rightarrow$ všechny tři členy, které ve vzorci sčítáme a porovnáváme mají význam stejné fyzikální veličiny – vzdálenosti

Porovnávat nebo sčítat (odčítat) můžeme ve fyzikálních vztazích pouze členy, které mají význam stejné fyzikální veličiny (mají stejnou jednotku).

$\Rightarrow$ Obrovský význam při úpravách vzorců. Vzorec může být správně, pouze když splňuje tuto podmínku.
Například:

- $v = v_0 + \frac{s}{t}$: může být správný vzorec, členy v a v_0, jsou rychlosti, zlomek $\frac{s}{t}$ má také význam rychlosti,
- $v = v_0 t + \frac{s}{t}$: nemůže být správný vzorec, členy v a $\frac{s}{t}$ mají význam rychlosti, nemůžeme je sčítat se členem $v_0 t$, který má význam dráhy.

Př. 2: Rozhodni, které z následujících vztahů mohou být správné. Rozhodnutí zdůvodni.

a) $t = t_0 + \frac{s}{v}$ b) $\frac{m}{V} = \rho + \frac{m_0}{V_0}$ c) $V = 2a^3$ d) $S = a^2 + a^3$

e) $\frac{s - s_0}{v} - t_0 = \frac{t}{t_0}$ f) $V = \pi r^2 v + 2\pi r v$ g) $\frac{s - v_0}{t} + v_0 = v$

a) $t = t_0 + \frac{s}{v}$ - možná správný vzorec, člen $\frac{s}{v}$ má stejně jako členy t a t_0 význam času

b) $\frac{m}{V} = \rho + \frac{m_0}{V_0}$ - možná správný vzorec: členy $\frac{m}{V}$ a $\frac{m_0}{V_0}$ mají význam hustoty

c) $V = 2a^3$ - možná správný vzorec: objem je třetí mocnina délky

d) $S = a^2 + a^3$ - určitě špatný vzorec: plocha je druhá mocnina délky, a^3 má význam objemu

e) $\frac{s - s_0}{v} - t_0 = \frac{t}{t_0}$ - určitě špatný vzorec: členy na levé straně mají význam času, ale zlomek na pravé straně nemá význam času, jde o bezrozměrný poměr (číslo, které říká kolikrát je jeden čas delší než druhý, se neudává v hodinách)

f) $V = \pi r^2 v + 2\pi r v$ - určitě špatný vzorec: člen $2\pi r v$ nemá význam objemu (pouze druhá mocnina délky)

g) $\frac{s - v_0}{t} + v_0 = v$ - určitě špatný vzorec: v čitateli zlomku odečítáme rychlost od dráhy

Pedagogická poznámka: Předchozí příklad je dobré nechat studentům na delší dobu, ale na následující část hodiny by mělo vyjít 20 minut.
Podrobnější diskuse je nutná u bodu e), kde někteří studenti jen těžce chápou, že podílem dvou časů není čas, ale číslo, které říká, kolikrát je jeden z času větší než druhý. Pomáhají konkrétní příklady.

Př. 3: Petr chtěl jet vlakem na blízký hrad vzdálený 9 km, ale na nádraží přišel o deset minut pozdě. Má cenu čekat na další vlak, který pojede za dvě hodiny po odjezdu předchozího, nebo má vyrazit pěšky? Která z obou cest je rychlejší a o kolik, když vlak jede průměrně rychlostí 30 km/h a průměrná rychlost Petrovy chůze je 5 km/h?

$v_v = 30\,\mathrm{km/h}$ $v_P = 5\,\mathrm{km/h}$ $s = 9\,\mathrm{km}$ $t_v = ?$ $t_P = ?$

V obou možnostech předpokládáme rovnoměrný pohyb. Ze vzorce pro rovnoměrný pohyb vyjádříme dobu pohybu. Pomocí spočtených dob a informací ze zadání pak rozhodneme, který z obou způsobů dopravy je výhodnější.

$$s = vt \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

Cesta vlakem

$$t_v = \frac{s}{v_v} = \frac{9}{30}\,\text{hod} = 0{,}3\,\text{hod} = 18\,\text{min}$$

Petr na nádraží přišel o 10 minut po odjezdu předchozího vlaku, do příjezdu vlaku tedy zbývá 1 hodina 50 minut (vlaky jezdí po dvou hodinách). V cíly cesty tedy bude za 2 hodiny a 8 minut.

Cesta pěšky

$$t_p = \frac{s}{v_p} = \frac{9}{5}\,\text{hod} = 1{,}8\,\text{hod} = 1\text{hod}\ 48\,\text{min}$$

Rychlejší bude cesta pěšky, kterou dorazí na místo za 1 hodinu a 48 minut, což je o 20 minut dříve než vlakem.

Př. 4: Petr s Janou spolu vyrazili v půl osmé do školy rychlostí 6 km/h. V půlce cesty si Petr vzpomněl, že nemá věci na tělocvik. Běžel domů rychlostí 12 km/h, popadl pytlík s tělocvikem a hned pospíchal stejnou rychlostí do školy. Stihl včas vyučování? Kdo dorazil do školy dřív? Kde byl Petr, když jeho setra dorazila do školy? Janě trvala cesta 20 minut. Nakresli graf časové závislosti polohy obou dětí na čase.

$v_{CH} = 6\,\text{km/h}$ $\quad v_B = 12\,\text{km/h}$ $\quad t_J = 20\,\text{min} = \frac{1}{3}\,\text{h}$ $\quad t_P = ?$

Obě děti se v jednotlivých částech cesty do školy pohybují přibližně rovnoměrným pohybem. Jejich pohyb budeme sledovat pomocí vzorců pro rovnoměrný pohyb. Ze znalosti Janina pohybu určíme vzdálenost školy.

Jana šla do školy rychlostí 6 km/h dvacet minut. Vzdálenost domova od školy je

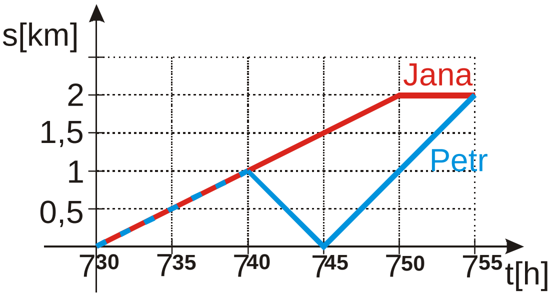
$s = v_{CH} t_J = 6 \cdot \frac{1}{3}\,\text{km} = 2\,\text{km}$.

V polovině cesty (tedy po deseti minutách chůze) se Petr začne vracet, musí tedy uběhnout 1 km rychlostí 12 km/h. Vracet se bude $t_v = \frac{s_P}{v_B} = \frac{1}{12}\,\text{h} = 5\,\text{min}$ (při pohybu zpět Petr běží dvojnásobnou rychlostí, bude tedy potřebovat poloviční čas).

Domů Petr dorazí po patnácti minutách, tedy v 7:45. Cesta zpět mu bude trvat deset minut (polovinu doby než trvá Janě, která jde poloviční rychlostí, nebo dvojnásobek času, po který se vracel z poloviny cesty). Do školy dorazí v 7:55.

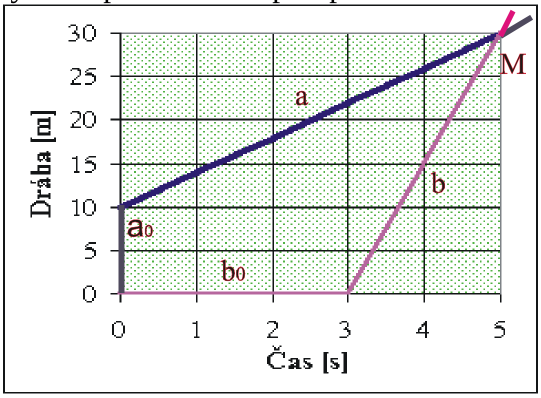
Jana dorazí do školy v 7:50, v tomto okamžiku bude Petr přesně v polovině cesty do školy.

Graf polohy obou sourozenců vypadá takto:



Petr přijde do školy včas. Ve chvíli, kdy Jana dorazí do školy je v polovině cesty.

Př. 5: Na obrázku jsou nakresleny grafy závislosti dráhy na čase pro dva hmotné body A (polopřímka a) a B (polopřímka b). Oba body se pohybují po stejné přímce stejným směrem. Určete velikosti jejich rychlostí. Jaký je význam úseček a0 a b0 a jaký je význam průsečíku M polopřímek a a b?



Grafy závislostí dráhy obou bodů jsou přímky – hmotné body se tedy pohybují rovnoměrným pohybem. Jejich okamžitá i průměrná rychlost je tedy stejná. Rychlosti obou hmotných bodů můžeme určit pomocí definičního vztahu pro rychlost $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Z grafu hmotného bodu A je vidět, že čase od 0 s do 5 s se změnila jeho dráha z 10 m na 30 m. Můžeme do vztahu dosadit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{30-10}{5-0}\,\text{m/s} = \frac{20}{5}\,\text{m/s} = 4\,\text{m/s}.$$

Podobně můžeme určit rychlost hmotného bodu B. V čase od 3 s do 5 s ($\Delta t = 2\,\text{s}$) se změnila jeho dráha z 0 m na 30 m($\Delta s = 30\,\text{m}$). Můžeme do vztahu dosadit:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30}{2}\,\text{m/s} = 15\,\text{m/s}.$$

Úsečka a_0 reprezentuje 10 m vzdálenost, kterou je bod A vzdálený od počátku ve chvíli, kdy začínáme sledovat jeho pohyb. Jde o počáteční polohu hmotného bodu.

Úsečka b_0 zobrazuje časový interval 3 s, po který je hmotný bod B stále v počátku, jde tedy o časový interval před rozjetím.

Průsečík obou grafů zobrazuje okamžik, ve kterém mají oba hmotné body stejnou vzdálenost od počátku, jsou tedy na stejném místě a setkají se.

Shrnutí: Porovnávat nebo sčítat (odčítat) můžeme ve fyzikálních vztazích pouze členy, které mají význam stejné fyzikální veličiny (mají stejnou jednotku).